

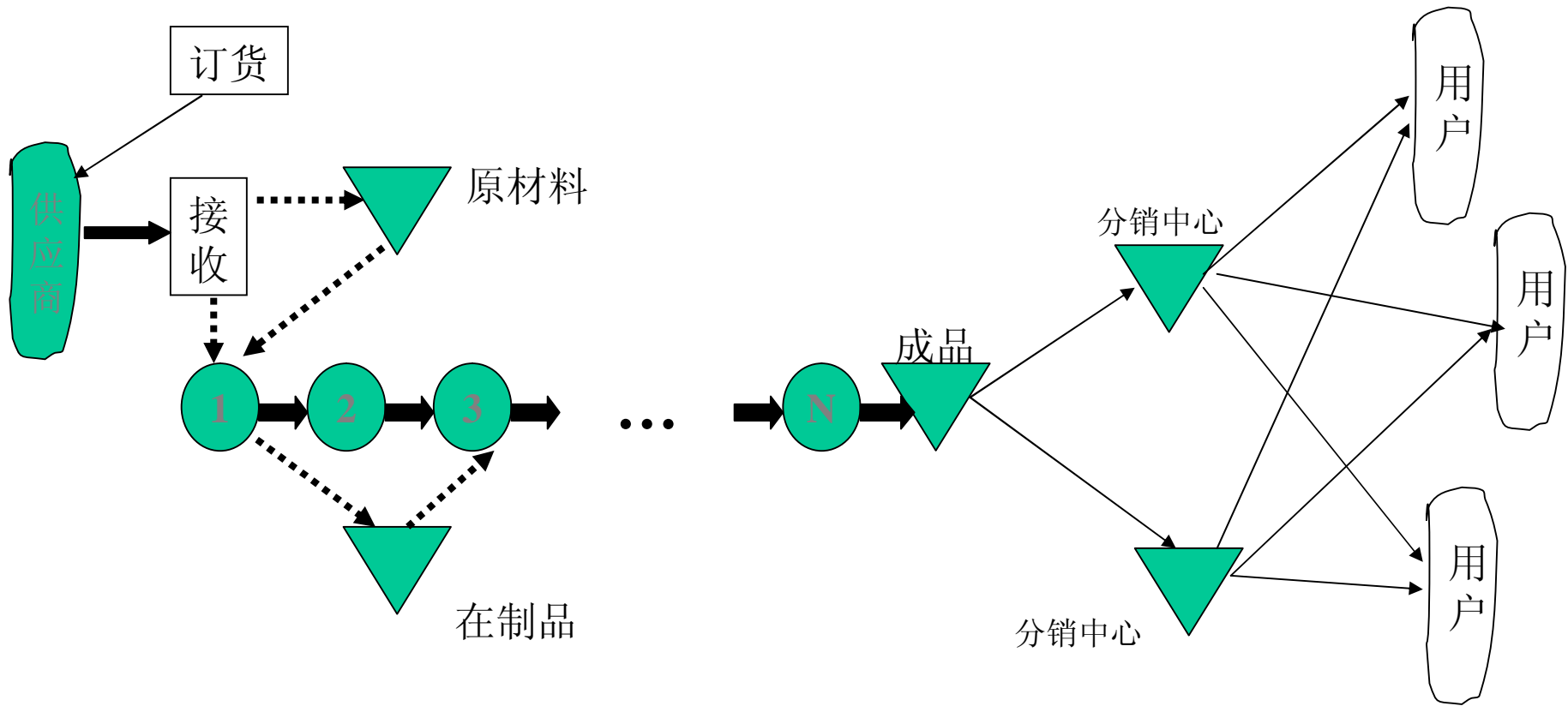
# 库存管理

# Inventory Management

[www.logclub.com](http://www.logclub.com) 物流沙龙

# 第1节 引言

## 1.1 企业物流



## 1.2 库存的含义

### 1、库存

一般地说,库存是指暂时闲置的用于将来目的的资源. 如: 原材料、半成品、成品、机器、人才、技术等等

### 2、 库存的种类(Types of Inventory)

- 原材料和外购件库存(**Raw Materials and purchased parts**)
- 半成品库存及在制品库存(**Partially completed goods (work in process) or goods in transit**)
- 成品库存(**Finished goods inventory (manufacturing firms) or merchandise (retail stores)**)
- 备品、备件、工具、工艺装备库存(**Replacement parts, tools, and supplies**)

## 1.3 库存的功用与弊端

### 1、库存的功用

- 快速满足用户期望，缩短交货期
- 稳定生产需求，消除零件在生产-分销间的影响
- 防止发生缺货
- 防止价格上涨, 或争取数量折扣
- 保证生产与运作的正常进行

### 2、库存的弊端

- 占用大量资金
- 增加企业费用支出
- 腐烂变质的损失
- 麻痹管理人员的思想

## 1.4 库存控制的目标(Objectives of Inventory Control)

以上介绍了库存的功能，但注意这只是从其有利的一面说的。为了保证企业正常经营活动，库存是必要的，但同时库存又占用了大量的资金。怎样即保证经营活动的正常进行，又使流动资金的占用达到最小，是管理人员关注的问题。库存控制的目标就是防止超储和缺货。

## 第2节 库存控制问题分类

### 2.1 单周期与多周期库存

单周期库存：库存物品不能重复订货

多周期库存：库存物品可以重复订货

### 2.2 独立需求与相关需求库存

独立需求库存：库存管理对象是具有独立需求属性的物品

相关需求库存：库存管理对象是具有相关需求属性的物品

## 2.3 确定型与随机型库存

确定型库存：库存问题的参数是确定的

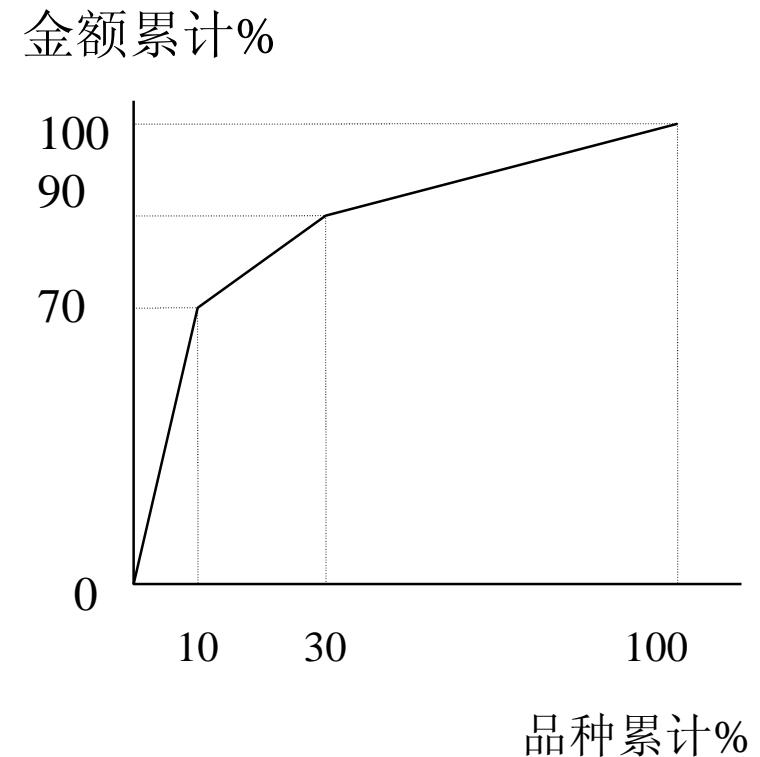
随机型库存：库存问题的参数是随机变量

## 2.4 ABC分类

**A类：**数量占库存物资总数的10%、金额占库存总金额的70%左右的物资

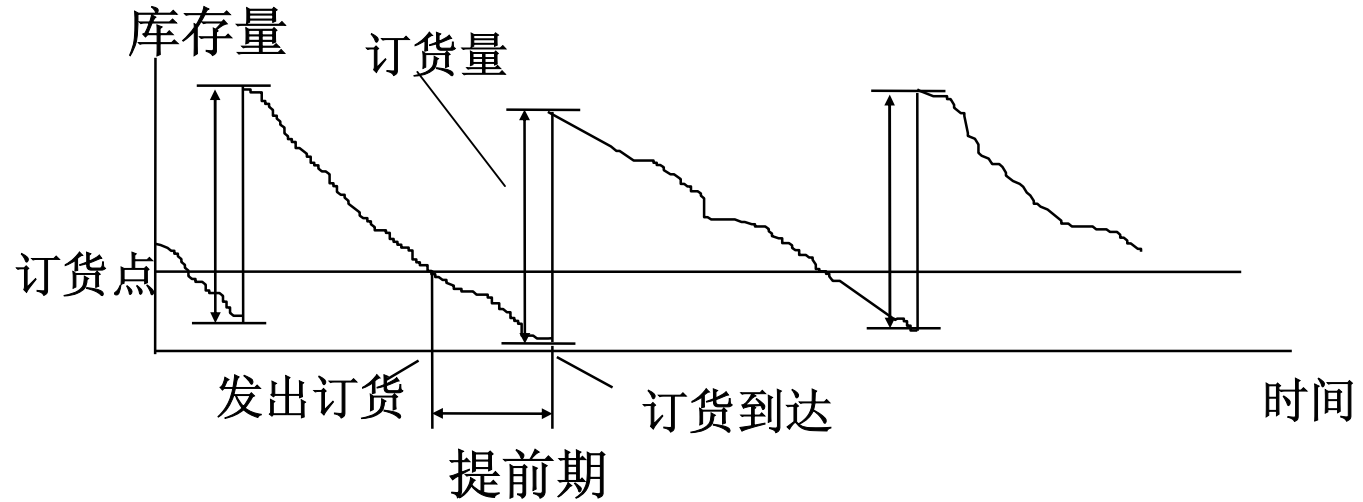
**B类：**数量占库存物资总数的20%、金额占库存总金额的20%左右的物资

**C类：**数量占库存物资总数的70%、金额占库存总金额的10%左右的物资

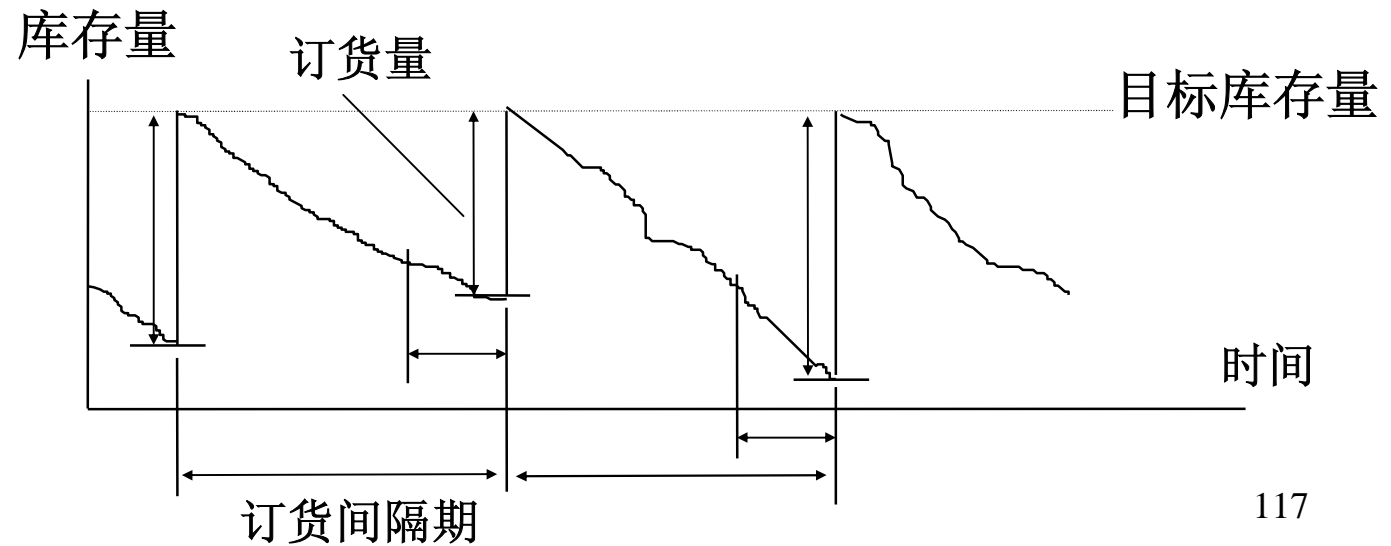


## 2.5 库存控制系统

### 定量订货控制系统(Perpetual inventory system)



### 定期订货控制系统(Periodic inventory system)





## 第3节 经济订货（生产）批量

### 3.1 基本经济订货批量问题

订货批量是指消耗一次订货费用一次采购某种产品的数量。经济订货批量(**Economic Order Quantity**, 简称**EOQ**), 就是按照库存总费用最小的原则确定出的订货批量, 这种确定订货批量的方法就称为经济订货批量法。

基本经济订货批量问题是库存管理中最简单、但却是最重要的一个内容, 它揭示了许多库存决策方面的本质。

1、基本经济订货批量问题是在以下假设进行讨论的:

- 1) 需求是已知的常数, 即需求是均匀的;
- 2) 不允许发生缺货;
- 3) 订货提前期是已知的, 且为常数;
- 4) 交货提前期为零, 即瞬时交货;
- 5) 产品成本不随批量而变化 (没有数量折扣) 。

## 2、库存费用分析

### 存储费用(Holding cost or carrying cost)

物品存放在库房里引起的费用。如物品资金占用的利息、保管员的工资福利、库房租金、保险费、水电费等等。

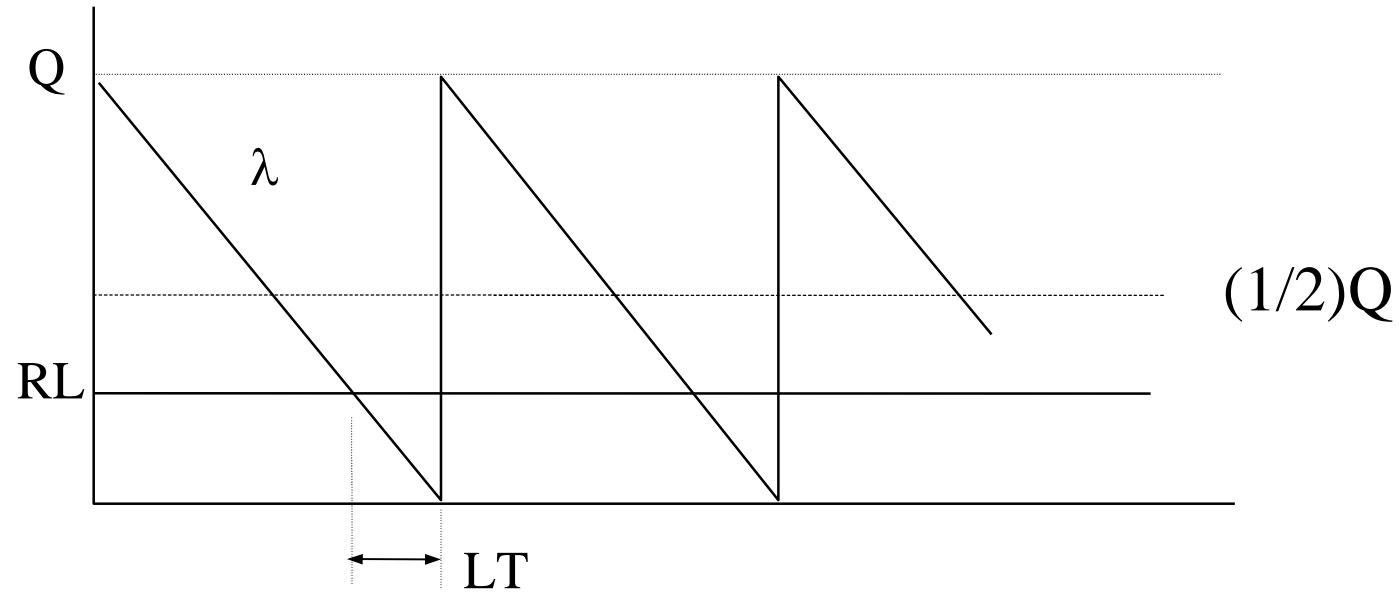
设：C---- 单位产品成本（价格），元/件

D---- 年需求量；

Q---- 每次订货批量；

H----- 单位产品年存储费用（元/件·年），

$H=C \cdot h$ , 式中h为资金费用率（元/元·年）

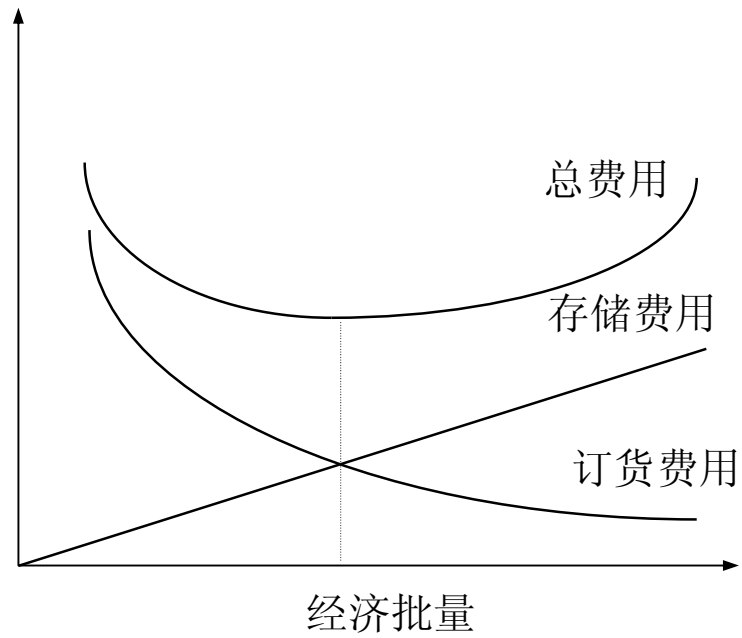


$$\text{年维持费用} = \frac{1}{2} Q \cdot C \cdot h = \frac{1}{2} Q \cdot H$$

### 订货费用(Ordering cost)

除用到上述符号外，再设：S-----每次订货费用（元），  
则年订费用为：

$$\text{年订货费用} = \frac{D}{Q} \cdot S$$



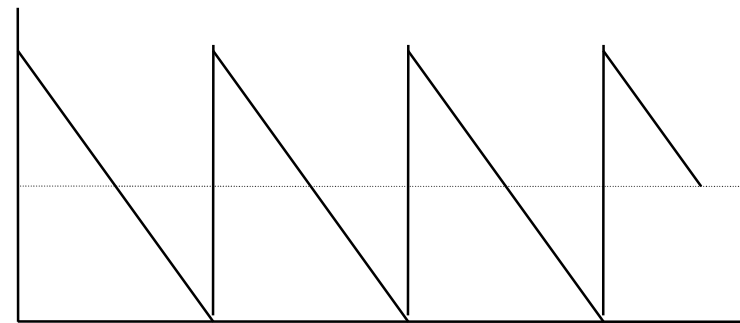
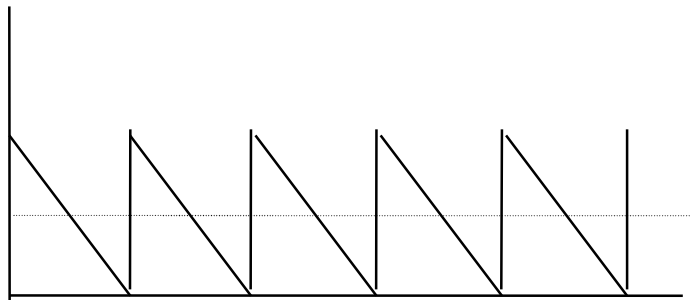
## 总费用(Total cost)

年总费用  $TC = \frac{1}{2}Q \cdot C \cdot h + \frac{D}{Q} \cdot S + C \cdot D$

### 3、经济订货批量的最优解

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{Ch}} = \sqrt{\frac{2DS}{H}}$$

在年总需要量一定的情况下，订货批量越小，平均库存量越低，但发生的订货次数越多。如果能大幅度降低订货费用，就可以大大降低订货批量，这可以加快库存资金周转，很有利于提高企业效益。

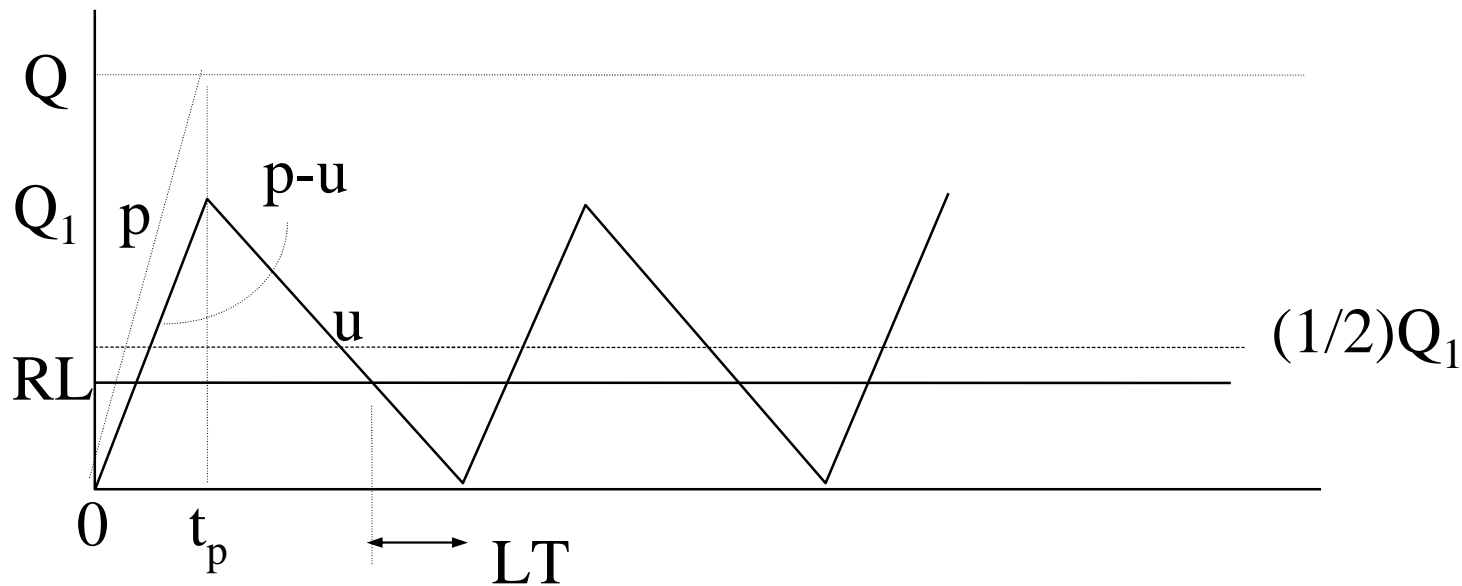


## 3.2 经济生产批量的确定——非瞬时到货的经济批量 (EOQ with Non-instantaneous Replenishment)

设：  $p$ ----生产率（件/天）

$u$ ----需求率（件/天）

$t_p$ ----用于生产的时间（天）



$$\text{年总费用} = \frac{1}{2} \frac{p-u}{p} Q \cdot C \cdot h + \frac{D}{Q} \cdot S + C \cdot D$$

求得最优解：

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DSp}{Ch(p-u)}}$$

例：戴安公司是生产氧气瓶的专业厂。该厂年工作日为220天，

市场对氧气瓶的需求率为50瓶/天。氧气瓶的生产率为200瓶/天，年库存成本为1元/瓶，设备调整费用为35元/次。

求：①经济生产批量(EPQ)；②每年生产次数；③最大库存

水平；④一个周期内的生产时间和纯消耗时间的长度。

解：已知：S=35元/次，p=200瓶/天，r=50瓶/天，

H=C\*I=1元/瓶.年，

年需求量 D=50×220=11000 瓶

① 经济生产批量(EPQ):

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot S \cdot p}{C \cdot I \cdot (p - r)}} = \sqrt{\frac{2 \times 11000 \times 35 \times 200}{1 \times (200 - 50)}} = 1013$$

② 每年生产次数

$$n = (D / Q^*) = (11000 / 1013) = 10.86 \approx 11$$

③ 最大库存水平 $Q_{max}$

$$Q_{max} = Q^*(p-r)/p = 1013 \times (200-50)/200 = 759.75 \approx 760 \text{ 瓶}$$

④ 生产时间 $t_p$ 和纯消耗时间( $t - t_p$ )

$$t_p = Q^*/p = 1013/200 = 5.065 \text{ 天}$$

$$\begin{aligned} t - t_p &= (Q^*/r) - (Q^*/p) = 1013/50 - 1013/200 = 20.56 - 5.065 \\ &= 15.02 \text{ 天} \end{aligned}$$



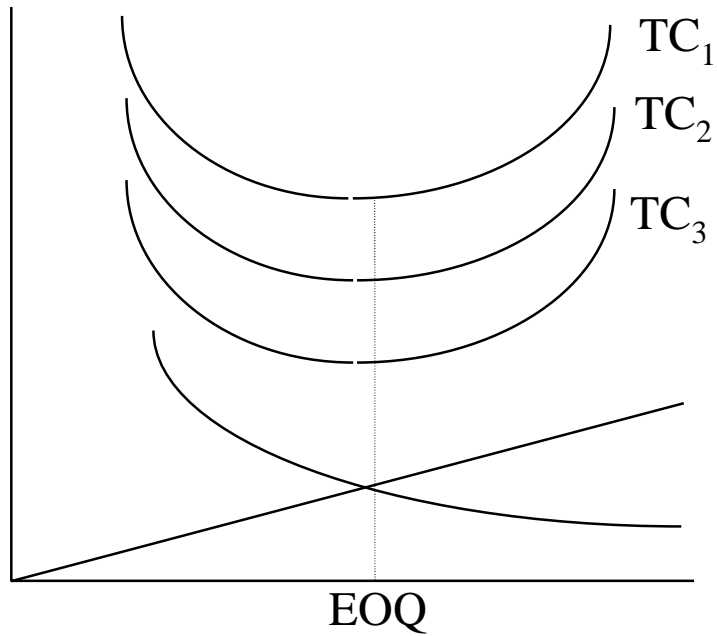
### 3.3 有数量折扣的经济订货批量的确定(EOQ with Quantity Discounts)

数量	单价
0-499	5.00元/件
499-999	4.50元/件
1000以上	3.90元/件

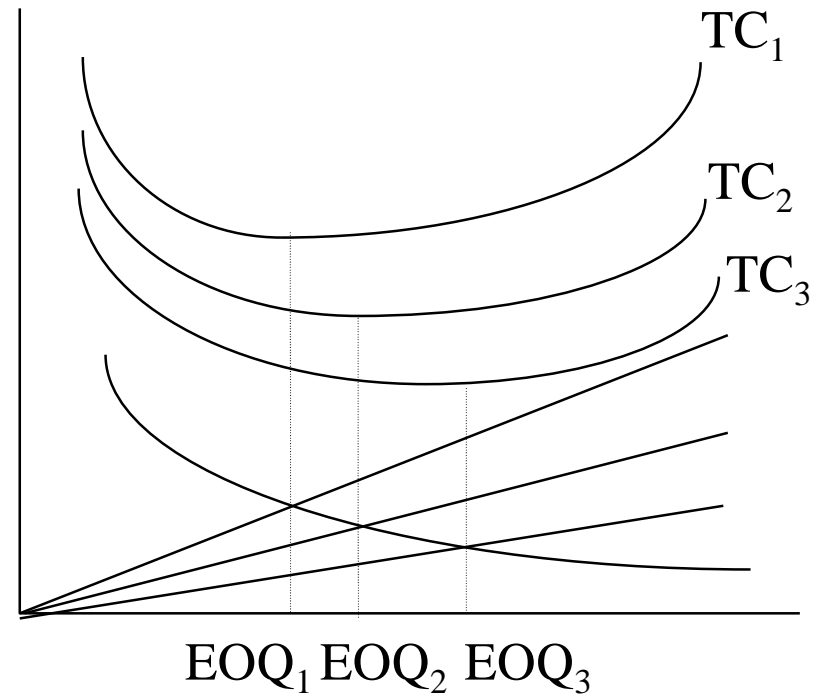
商家为了促销，往往提出数量折扣优惠，即采购批量达到一定数量，可以给予价格折扣。经济订货批量的确定就要考虑这个问题。

有数量折扣的经济订货批量问题，要从总费用最低出发进行综合平衡。

总费用可分为两种情况：



存储费用为常数的情况下，所有的总费用曲线都具有相同的EOQ



存储费用与单位价格成正比例的情况下，存储费用随价格下降而降低，而EOQ有所增加

## 1、对于存储费用为常数的情况

计算共同的EOQ

如果该EOQ落在价格最低的曲线上，就是最优解；如果落在其他任何曲线上，计算EOQ的总费用和价格最低折扣点上的总费用，比较后取最低者，即为最优解

## 2、对于存储费用与单位价格成比例的情况

首先从价格最低的开始，计算EOQ，直到找到可行的EOQ，

如果按最低价格计算的EOQ是可行的，它就是最优解；如果EOQ不在最低价格区域内，则将可行的EOQ总费用与更低价格的折扣点总费用进行比较，取总费用最低的作为经济批量的最优解。

例：某电器公司每年需要4000只开关。开关的价格为：购买数量在1-499之间时，每个开关0.90元；购买数量在500-999之间时，每个开关0.85元；购买数量在1000以上时，每个开关0.82元。每次订货费用为18元，库存保管费用率为单价的18%，求经济订货批量和年总费用。

解：已知  $D=4000$ 只， $S=18$ 元/次， $I=18\%$ ，单位产品库存保管费随其单价而变，具体结果如下：

订货范围	单价 (元)	单位产品库存保管费用(元)
<b>1-499</b>	<b>0.90</b>	<b><math>0.18 \times (0.90) = 0.162</math></b>
<b>500-999</b>	<b>0.85</b>	<b><math>0.18 \times (0.85) = 0.153</math></b>
<b>1000以上</b>	<b>0.82</b>	<b><math>0.18 \times (0.82) = 0.1476</math></b>

第一步: 对每一个价格, 从低到高分别用EOQ公式计算可行解, 先取单价等于**0.82**元计算:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot S}{C \cdot I}} = \sqrt{\frac{2 \times 4000 \times 18}{0.1476}} = 988$$

因为**Q\*=988**落在**500-999**区间内, 不是**0.82**元/只的优惠范围内, 所以不是可行解, 再取单价等于**0.85**元计算:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot S}{C \cdot I}} = \sqrt{\frac{2 \times 4000 \times 18}{0.153}} = 970$$

**Q\*=970**落在**500-999**区间内, 是可行解。进入第二步。

第二步: 计算 $Q^*=970$ 的总费用, 并且与取得最低价格折扣的最小数量的总费用比较,

$$TC_{970} = \left(\frac{1}{2}Q\right) \cdot C \cdot I + \left(\frac{D}{Q}\right) \cdot S + C \cdot D$$

$$= (1/2) \times 970 \times 0.153 + (4000/970) \times 18 + 0.85 \times 4000$$

$$= 3548 \text{ 元}$$

$$TC_{1000} = \left(\frac{1}{2}Q\right) \cdot C \cdot I + \left(\frac{D}{Q}\right) \cdot S + C \cdot D$$

$$= (1/2) \times 1000 \times 0.1476 + (4000/1000) \times 18 + 0.82 \times 4000$$

$$= 3426 \text{ 元}$$

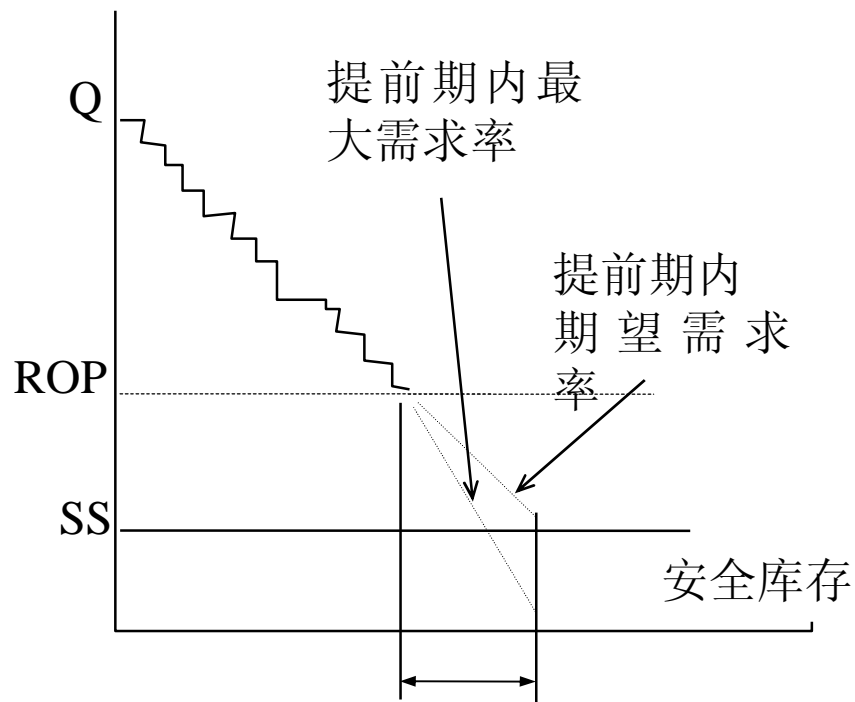
因为  $TC_{1000} < TC_{970}$ , 所以得结论为: 能使总费用最低的最佳订货批量应是1000只开关。

### 3.4 随机型库存订货问题

为了保证不缺货,在考虑需求率和提前期是随机变化的情况下,一般设置一个安全库存SS。

通常,假设提前期不变,需求率是随机的,则订货点ROP:

$$ROP = \bar{d} \cdot LT + z\sqrt{LT}(\sigma_d)$$



## 第4节 经济订货间隔期

### 4.1 经济订货间隔期

订货间隔期: 相邻两次订货的时间间隔.

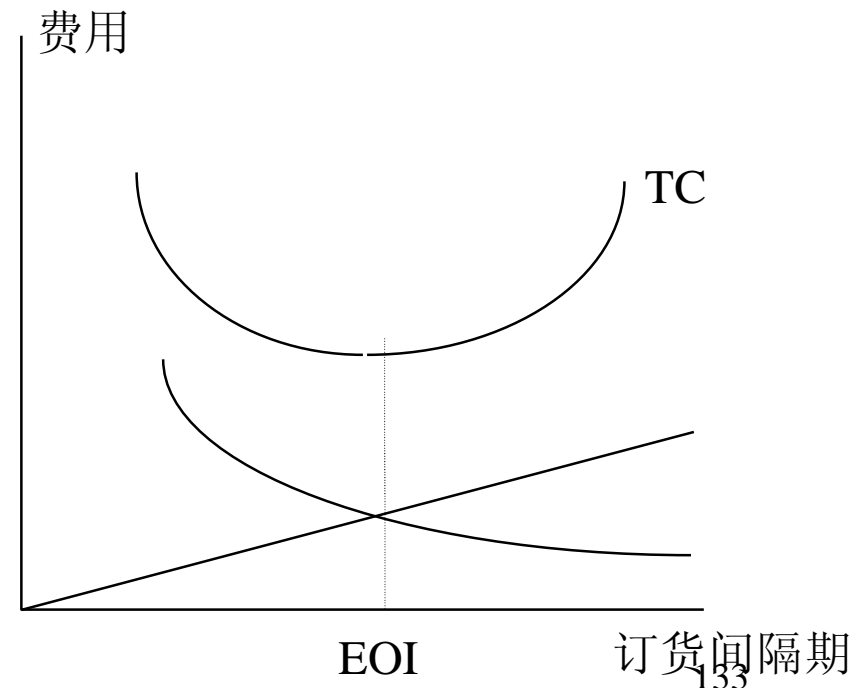
经济订货间隔期: 总费用最低的订货间隔期.

### 4.2 经济订货间隔期的确定

设:  $m$ -----年订货次数,

$T$ -----订货间隔期,  $T=1/m$

其余符号同前





$$\text{总费用} = \frac{1}{2} \frac{D}{m} \cdot C \cdot h + m \cdot S + C \cdot D = \frac{1}{2} T \cdot D \cdot C \cdot h + \frac{1}{T} \cdot S + C \cdot D$$

$$\text{令: } \frac{dTC}{dT} = \frac{1}{2} D \cdot C \cdot h - \frac{1}{T^2} \cdot S = 0$$

$$\text{得到: } T^* = \sqrt{\frac{2S}{D \cdot C \cdot h}}$$

## 第5节 确定型非均匀需求经济订货批量

- 以上所讨论的都是均匀需求库存管理中的订货批量问题。然而，在现实生产中遇到更多的是非均匀需求问题，即需求率随时间的变化而改变，如果这些需求是已知的并且是确定的，就是确定型非均匀需求。
- 如下表所示：

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
需求量 (箱)	10	62	12	130	154	129	88	52	124	160	238	41

由于需求率随时间而变，因此不能简单地象处理EOQ模型那样，按平均成本和库存量来解决非均匀需求的订货批量问题，增加了解决订货批量问题复杂性。

## Wagner-Whitin算法

- 国内外的许多学者在这个问题上进行了卓有成效地研究，其中美国的Wagner-Whitin提出的方法(简称WW法)最具有代表性，为解决非均匀需求问题提供了一个新思路。
- 设： $(r_1, r_2, \dots, r_n)$ ----- $n$ 个时段的需求量；  
 $(y_1, y_2, \dots, y_n)$ ----- $n$ 个时段的订货量；  
 $x_t = \sum (y_j - r_j)$ -----时段 $t$ 的期末库存量；  
 $h(x_t)$ ----- 时段 $t$ 上的库存保管费用；  
 $c(y_t)$ ----- 时段 $t$ 上的订货费用；  
 $F(t)$ ----- 时段 $t$ 上的总费用。则WW法的目标就可以表示为：

$$\min \sum_{t=1}^n [c_t(y_t) + h_t(x_t)]$$

$$s.t. \quad x_t = \sum_{j=1}^t (y_j - r_j), \quad x_t \geq 0, \quad x_0 = 0, \quad t = 1, 2, \dots, n$$

WW法的最优订货策略：当满足下式时，在时段t发生一次批量为 $y_t$ 的订货，即

$$y_t \cdot x_{t-1} = 0 \quad t=1,2,\dots,n$$

因为 $y_t$ 不为0，否则没有订货量，这就意味着只有 $x_{t-1}=0$ ，且 $y_t>0$ ，即当时段t的期初库存为零时，才在第t期发生订货。

例：一公司全年12个月对某产品的需求如下表所示。已知订货费用是每次 $S=54$ 元， $I=0.02$ 元/元·月，该产品的单位成本是 $C=20$ 元/箱。求经济订货批量策略。

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
需求量 (箱)	10	62	12	130	154	129	88	52	124	160	238	41

解：设： $F(t)$ ----- 时段 $t$ 上的总费用；期初库存等于零；本期消耗掉的库存不计算库存保管费用。

本例中，假定1月份的期初库存等于零，本月需要10箱的货物，首先在1月初订购10箱产品，则1月份的总费用 $F(1)$ 只与订货费用有关，即

$$F(1)=0+S=54\text{元}$$

满足2月份需求的方案有两种：

方案1：1月初订10箱，1月份用完；2月初订62箱，2月份用完；

方案2：1月初订72箱（1月份的10箱和2月的62箱）。

方案1的总费用 $C_1=F(1)+S=54+54=108$  元

方案2的总费用 $C_2=54+62\times 0.02\times 20\times 1=78.60$  元

因为 $C_2 < C_1$ ，所以，最佳选择应是方案2，即一次订购满足1-2月份的需求量，此时 $F(2)=78.60$ 元。

满足到3月底需求的方案有三种：

方案1：2月底3月初订12箱，3月份用完；

方案2：2月初订74箱（2月份的62箱，3月的12箱）；

方案3：1月初订84箱（1月份的10箱、2月的62箱和3月份的12箱）。

方案1的总费用 $C_1 = F(2) + S = 78.60 + 54 = 132.60$  元

方案2的总费用 $C_2 = 54 + 54 + (12 \times 0.02 \times 20 \times 1) = 112.80$  元

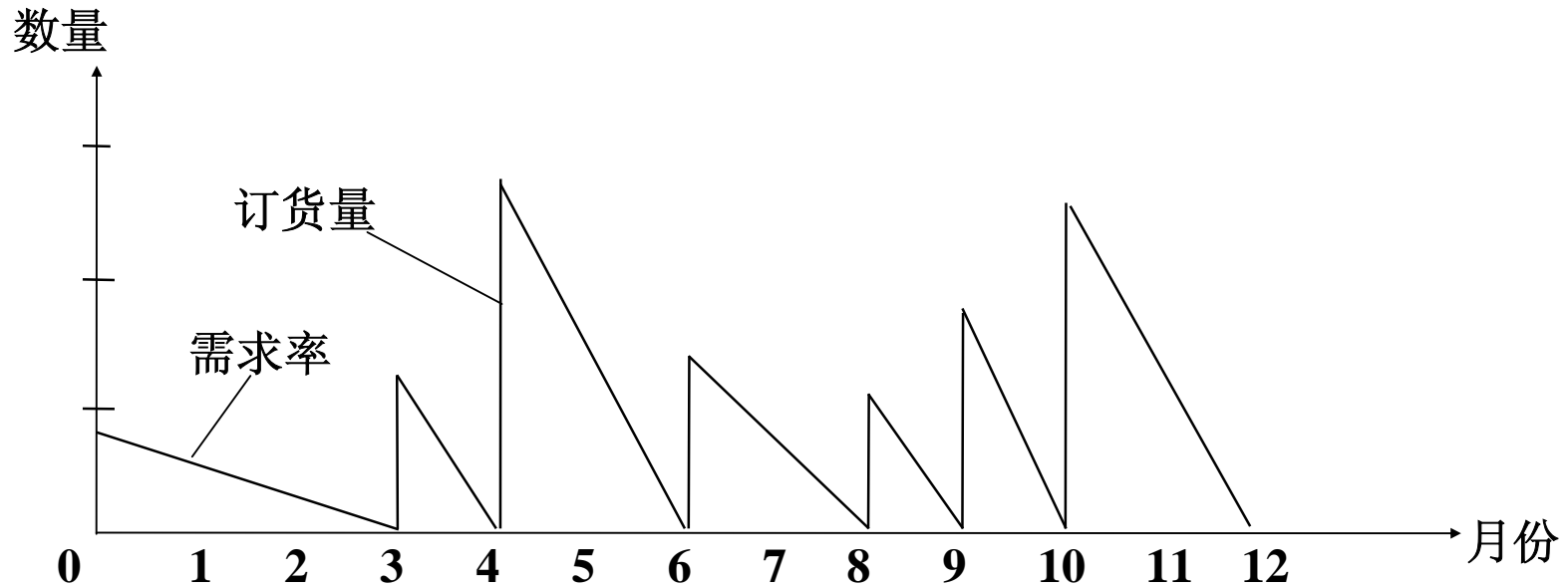
方案3的总费用 $C_3 = 54 + (62 \times 0.02 \times 20 \times 1) + (12 \times 0.02 \times 20 \times 2) = 88.40$  元

因为 $C_3 < C_2 < C_1$ ，所以，最佳选择应是方案3，即一次订购满足1-3月份的需求量，此时的 $F(3) = 88.40$  元

余下的月份按上述过程一一计算出来。

## WW法求出的最佳订货批量策略

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	总计
期初库存	0	74	12	0	0	129	0	52	0	0	0	41	-
订货量	84	-	-	130	283	-	140	-	124	160	279	-	1200
需求量	10	62	12	130	154	129	88	52	124	160	238	41	1200
期末库存	74	12	0	0	129	0	52	0	0	0	41	0	308



总订货费用= $7 \times 54 = 378.00$  元

总库存保管费用= $308 \text{箱/月} \times 20 \text{元/箱} \times 0.02 \text{元/元/月} = 123.20$  元

总费用= $378.00 + 123.20 = 501.20$  元



# 第6节 单周期库存订货批量的确定

## 6.1 单周期库存问题

前面已介绍了单周期库存问题的基本含义。作为一种库存类型，单周期库存在生产和经营中也占有重要地位，尤其是对某些服务型企业来说，掌握单周期库存的控制理论是十分重要的。

## 6.2 单周期库存问题的经济订货批量

单周期库存问题决策一般侧重于定货批量，因为它本身是不可重复进货的，所以就没有订货时间决策问题。

单周期库存决策也是以费用作为主要考虑内容。

设：  $C_o$ -----单位产品超储成本，即进货但没有卖出去的损失

$C_u$ -----单位产品缺货成本，应该进货但没有进货而丧失的赚钱机会的损失，是一个机会损失的概念

$D$ -----预计要订货的数量

$P(D)$ -----需求量大于等于 $D$ 的概率,  $P(D)$ 是一个累计概率.

单周期库存问题通常采用边际分析法解决。

考虑： 如果增加一个产品定货能使期望收益大于期望成本，那么就应该在原订货量的基础上追加一个产品的订货。

所以，当增加到第 $D$ 个产品时，如果下式成立：

$$P(D) \cdot C_u > (1 - P(D)) \cdot C_o$$

从满足需要的最小可能订货量开始, 随着订货量的增加,  $P(D)$  便随之下降。在某一点上,  $P(D)$  可以使上式两个期望值相等, 将此时的  $P(D)$  记为  $P^*(D)$ , 并称之为临界概率:

$$P^*(D) \cdot C_u = (1 - P^*(D)) \cdot C_o$$

$$P^*(D) = \frac{C_o}{C_u + C_o}$$

例: 某产品单位售价为100元, 单位进货成本为70元, 每一个没有卖出去的产品只能按每件30元处理掉. 已知市场的需求量大致在35到40件之间: 35件肯定能卖出, 超过40件肯定卖不出去. 需求概率分布见下表, 求最佳定货批量.

解: 首先, 计算 $C_o$ (单位产品超储成本),  $C_u$ (单位产品缺货成本)

$$C_u = 100 - 70 = 30 \text{ 元}$$

$$C_o = 70 - 30 = 40 \text{ 元}$$

其次, 计算临界概率

$$P^*(D) = \frac{C_o}{C_u + C_o} = \frac{40}{30 + 40} = 0.57$$

需求量	概率	P(D)
35	0.10	1.00
36	0.15	0.90
37	0.25	0.75
38	0.25	0.50
39	0.15	0.25
40	0.10	0.10
41	0.00	0.00



最优解